

Протоколы согласования ключей с аутентификацией на основе пароля: принципы обеспечения безопасности

Алексеев Евгений Константинович, к.ф.-м.н.,
ведущий инженер-аналитик

Смышляев Станислав Витальевич, к.ф.-м.н.,
начальник отдела защиты информации

РусКрипто'2016

«Протокол выработки общего ключа с аутентификацией на основе пароля»

Принят в 2015 году в ТК26 в качестве методических рекомендаций.

ТК26

SESPAKE (Полное описание: tc26.ru, раздел "Методические документы", «Протокол выработки общего ключа с аутентификацией на основе пароля»).

IETF

«The Security Evaluated Standardized Password Authenticated Key Exchange (SESPAKE) Protocol», draft-smyshlyaev-sespake-02.

Задача

Безопасное хранение и использование криптографических ключей

Решение

Использование специальных ключевых носителей (токенов)



Проблема

Передача пароля по каналу в открытом виде



- 1 1992 год — первая работа — протокол ЕКЕ (Bellare и Merritt);
- 2 1993 год — первые «намеки» на модель противника (Bellare, Rogaway);
- 3 2000 год — модели противника для протоколов семейства РАКЕ (Bellare, Pointcheval, Rogaway и Boyko, MacKenzie, Patel);
- 4 2000 год — вместе с моделями были предложены варианты протоколов и доказательства их стойкости;
- 5 2005 год — протокол СПАКЕ (Abdalla, Pointcheval), считающийся оптимальным (Abdalla).

- 1 EKE (S. Bellovin, M. Merritt, «Encrypted Key Exchange: Password-Based Protocols Secure Against Dictionary Attacks», 1992)
- 2 PACE (J. Bender, M. Fischlin, D. Kugler, «Security Analysis of the PACE Key-Agreement Protocol», 2009)
- 3 SPAKE (M. Abdalla, D. Pointcheval, «Simple Password-Based Encrypted Key Exchange Protocols», 2005)
- 4 SPEKE (D. Jablon, «Strong Password-Only Authenticated Key Exchange», 1996)
- 5 DragonFly (D. Harkins. «Simultaneous authentication of equals: A secure, password-based key exchange for mesh networks», 2008)
- 6 AMP (T. Kwon, «Authentication and Key Agreement via Memorable Password», 2000)
- 7 AugPAKE (S. Shin, K. Kobara, «Most Efficient Augmented Password-Only Authentication and Key Exchange for IKEv2», 2010)
- 8 SESPAAKE (Полное описание: tc26.ru, раздел "Методические документы", Протокол выработки общего ключа с аутентификацией на основе пароля)

Public Information: EC parameters $\mathcal{G} = \{a, b, p, q, G, k\}$

A : PW

$$Q_{PW}^A = F(PW, salt, 2000) \cdot Q_{ind}$$

$$z_A = 0, \alpha \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

$$u_1 \equiv \alpha \cdot P - Q_{PW}^A$$

if $u_2 \notin E$, finish

$$Q_A = u_2 - Q_{PW}^A$$

if $\frac{m}{q} Q_A = 0_E$, then $Q_A = P$ and $z_A = 1$

$$src = (\frac{m}{q} \cdot \alpha \pmod q) Q_A, K_A = H_{256}(src)$$

$$M_A = HMAC_{K_A}(T_A || A_{ID} || ind || salt || u_1 || u_2)$$

Verify M_B and $z_A \stackrel{?}{=} 0$

$$\xrightarrow{A_{ID}}$$

$$(B_{ID}, ind, salt)$$

$$\xrightarrow{u_1}$$

$$\xleftarrow{u_2}$$

$$\xrightarrow{M_A}$$

$$\xleftarrow{M_B}$$

B : Q_{PW}

if $u_1 \notin E$, finish

$$Q_B = u_1 + Q_{PW}$$

$$z_B = 0, \beta \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

if $\frac{m}{q} Q_B = 0_E$, then $Q_B = P$ and $z_B = 1$

$$src = (\frac{m}{q} \cdot \beta \pmod q) Q_B, K_B = H_{256}(src)$$

$$u_2 = \beta \cdot P + Q_{PW}$$

Verify M_A and $z_B \stackrel{?}{=} 0$

$$M_B = HMAC_{K_B}(T_B || B_{ID} || ind || salt || u_1 || u_2)$$

Основные уязвимости/свойства

- 1 Шифрование структурированных данных
- 2 Атака со связанными ключами
- 3 Атака с одинаковыми порождающими
- 4 Атака с подгруппой малого порядка (DragonFly)
- 5 Атака со взломом сервера (augmented/balanced)
- 6 Атака отражения (PASC)
- 7 Impersonation Attack (SPEKE)
- 8 Атаки на неправильную работу со счетчиками

Протокол ЕКЕ

A (Client): pw $x \in_R \mathbb{Z}_q, T_x = E_{pw}(g^x)$ $Y = E_{pw}^{-1}(T_y)$ $K_A = \mathcal{H}(Y^x)$	$\xrightarrow{T_x}$ $\xleftarrow{T_y}$	B (Server): pw $X = E_{pw}^{-1}(T_x)$ $y \in_R \mathbb{Z}_q, E_{pw}(g^y)$ $K_B = \mathcal{H}(X^y)$
---	---	---

Шифрование g^x : $T = E_{pw}(g^x)$

$g^x \in \mathcal{K}, E_{pw} : V_m \rightarrow V_m,$

Необходимо $C : \mathcal{K} \rightarrow V_m.$

Если $C(\mathcal{K}) \ll |V_m|$, то

критерий для проверки пароля pw' на данных T :

$E_{pw'}^{-1}(T) \stackrel{?}{\in} C(\mathcal{K}).$

Пример плохого преобразования C :

\mathcal{E} — группа точек эллиптической кривой,

$C : \mathcal{E} \rightarrow V_m, C(P) = INT(X) \parallel INT(Y)$.

RFC Draft, «Requirements for PAKE schemes», paragraph 4.2.,

Requirement R5:

«In case the PAKE scheme is intended to be used with ECC, the authors SHOULD discuss their requirements for a potential mapping or define a mapping to be used with the scheme»

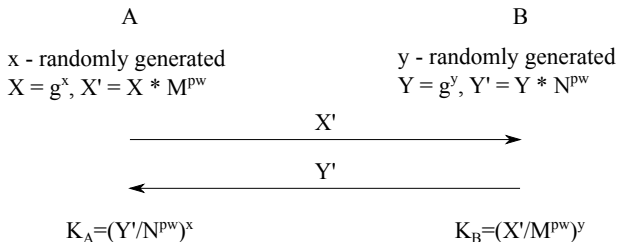
Password is used as "gamma" to protect ephemeral Diffie-Hellman keys.

A session key does not depend on a password.

Toy protocol from Abdalla M., Pointcheval D.

«Simple Password-Based Encrypted Key Exchange Protocols», 2005.

Here: $G = \langle g \rangle = \langle M \rangle = \langle N \rangle$.



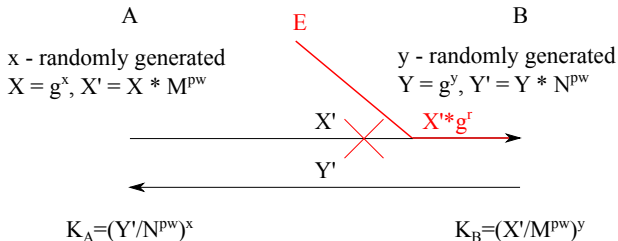
Password is used as "gamma" to protect ephemeral Diffie-Hellman keys.

A session key does not depend on a password.

Toy protocol from Abdalla M., Pointcheval D.

«Simple Password-Based Encrypted Key Exchange Protocols», 2005.

Here: $G = \langle g \rangle = \langle M \rangle = \langle N \rangle$.



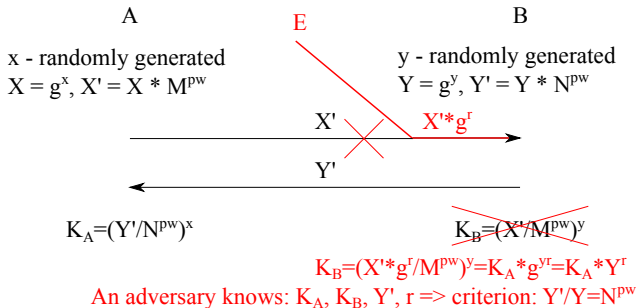
Password is used as "gamma" to protect ephemeral Diffie-Hellman keys.

A session key does not depend on a password.

Toy protocol from Abdalla M., Pointcheval D.

«Simple Password-Based Encrypted Key Exchange Protocols», 2005.

Here: $G = \langle g \rangle = \langle M \rangle = \langle N \rangle$.



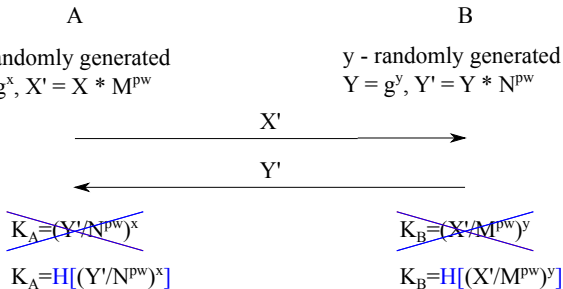
Password is used as "gamma" to protect ephemeral Diffie-Hellman keys.

A session key does not depend on a password.

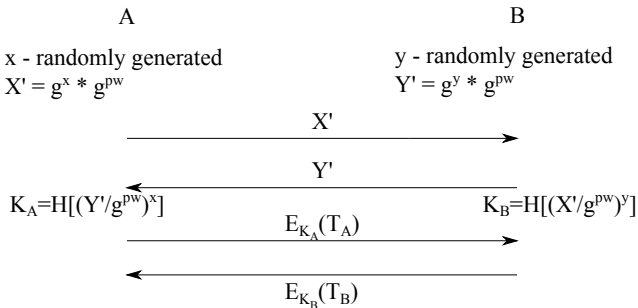
Toy protocol from Abdalla M., Pointcheval D.

«Simple Password-Based Encrypted Key Exchange Protocols», 2005.

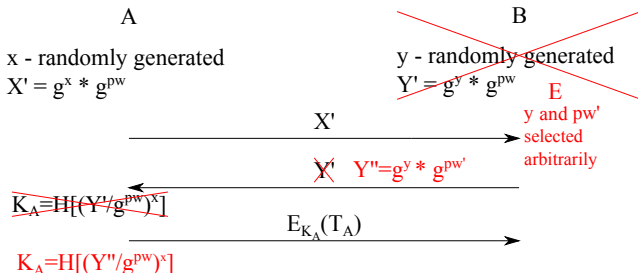
Here: $G = \langle g \rangle = \langle M \rangle = \langle N \rangle$.



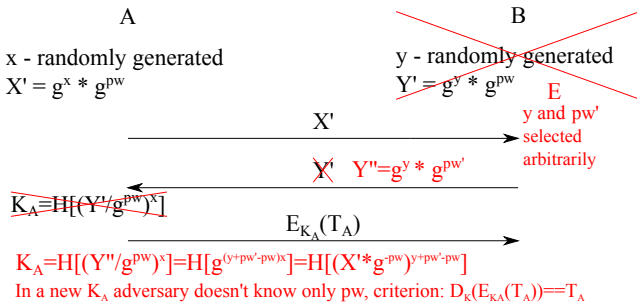
Toy protocol from Kobara K., Imai H.
 «Pretty-Simple Password-Authenticated Key-Exchange Under
 Standard Assumptions», 2003.



Toy protocol from Kobara K., Imai H.
 «Pretty-Simple Password-Authenticated Key-Exchange Under
 Standard Assumptions», 2003.



Toy protocol from Kobara K., Imai H.
 «Pretty-Simple Password-Authenticated Key-Exchange Under
 Standard Assumptions», 2003.



D. Clarke and F. Hao. Cryptanalysis of the Dragonfly key exchange protocol, 2014.

Public Information: Q, q	
<p>A (Client): $P \in Q$ $r_A, m_A \in_R \{1, \dots, q\}$ $s_A = r_A + m_A$ $E_A = P^{-m_A}$</p>	<p>B (Server): $P \in Q$ $r_B, m_B \in_R \{1, \dots, q\}$ $s_B = r_B + m_B$ $E_B = P^{-m_B}$</p>
$\xrightarrow{E_A, s_A}$ $\xleftarrow{E_B, s_B}$	
<p>$ss = (P^{s_B} E_B)^{r_A} = P^{r_A r_B}$</p> <p>$A = \mathcal{H}(ss E_A s_A E_B s_B)$</p> <p>Verify B</p>	<p>Verify A</p> <p>$ss = (P^{s_A} E_A)^{r_B} = P^{r_A r_B}$</p> <p>$T_B = \mathcal{H}(ss E_B s_B E_A s_A)$</p>
$K = \mathcal{H}(ss E_A \cdot E_B (s_A + s_B) \bmod q)$	

Протоколы различают по тому, что хранит каждая из сторон:

- "balanced" – A и B хранят пароль pw ;
 - "augmented" – A хранит pw , B хранит $F(pw)$, где F – односторонняя.
-
- "balanced" – противник взламывает $B \Rightarrow$ он может аутентифицироваться на A и на B ;
 - "augmented" – противник взламывает $B \Rightarrow$ он может аутентифицироваться на A , но не на B (для этого нужно подобрать пароль);
-
- "nearly augmented" – противник взламывает $B \Rightarrow$ он может аутентифицироваться на A и на B , но он может получить значение пароля лишь после перебора по словарю;

Примеры протоколов разных типов

- PACE – balanced
- AugPAKE – augmented
- SESPAKE – nearly augmented

RFC Draft, «Requirements for PAKE schemes», paragraph 3.1.,

Requirement R1:

«A PAKE scheme **MUST** clearly state its features regarding balanced/augmented versions.»

Public Information: EC parameters $\mathcal{G} = \{a, b, p, q, G\}$	
<p>A (Client): password π $K_\pi = \mathcal{H}(\pi \parallel 0)$ $s \in_R \mathbb{Z}_q$ $z = E_{K_\pi}(s)$</p>	<p>B (Server): password π $K_\pi = \mathcal{H}(\pi \parallel 0)$ abort if \mathcal{G} incorrect $s = E_{K_\pi}^{-1}(z)$</p>
<p>$x_A \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $X_A = x_A \cdot G$</p>	<p>$x_B \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $X_B = x_B \cdot G$</p>
<p>$\widehat{G} = s \cdot G + x_A \cdot X_B$</p>	<p>$\widehat{G} = s \cdot G + x_B \cdot X_A$</p>
<p>$y_A \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $Y_A = y_A \cdot \widehat{G}$</p> <p>abort if $Y_B \notin \langle G \rangle \setminus \{0\}$ $K = y_A \cdot Y_B$ $K_{enc} = \mathcal{H}(K \parallel 1)$, $K_{mac} = \mathcal{H}(K \parallel 2)$</p>	<p>$y_B \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $Y_B = y_B \cdot \widehat{G}$</p> <p>abort if $Y_A \notin \langle G \rangle \setminus \{0\}$ $K = y_B \cdot Y_A$ $K_{enc} = \mathcal{H}(K \parallel 1)$, $K_{mac} = \mathcal{H}(K \parallel 2)$</p>
<p>$T_A = MAC_{K_{mac}}(Y_B, \widehat{G}, \mathcal{G})$</p> <p>abort if T_B invalid</p>	<p>$T_B = MAC_{K_{mac}}(Y_A, \widehat{G}, \mathcal{G})$</p> <p>abort if T_A invalid</p>

Feng Hao, Siamak F. Shahandashti, «The SPEKE Protocol Revisited», 2014.

Работа с двумя параллельными сессиями;

Противник: E ;

E блокирует сторону B в тот момент, когда A иницирует взаимодействие с B ;

$Q = f(pw)$;

A_i — экземпляр субъекта A , работающий в i -ой сессии;

- 1 A_1 посылает $X = x \cdot Q$ стороне B (реально, противнику E);
- 2 E посылает A_2 значение $z \cdot X$, иницируя начало второй сессии (при этом z выбирается случайно);
- 3 A_2 посылает B (реально — E) значение $y \cdot Q$ (y выбирается случайно);
- 4 E посылает A_1 значение $z \cdot Y$;

Выработанные A_1 и A_2 ключи совпадают и равны $K = H(xyz \cdot Q)$;
 Подтверждение ключа производится аналогично с чередованием пересылок между сессиями.

Результат: E удалось аутентифицироваться на A_1 и на A_2 .

Public Information: EC parameters $\mathcal{G} = \{a, b, p, q, G, k\}$

A : PW

$$Q_{PW}^A = F(PW, salt, 2000) \cdot Q_{ind}$$

$$z_A = 0, \alpha \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

$$u_1 \equiv \alpha \cdot P - Q_{PW}^A$$

if $u_2 \notin E$, finish

$$Q_A = u_2 - Q_{PW}^A$$

if $\frac{m}{q} Q_A = 0_E$, then $Q_A = P$ and $z_A = 1$

$$src = (\frac{m}{q} \cdot \alpha \pmod q) Q_A, K_A = H_{256}(src)$$

$$M_A = \text{HMAC}_{K_A}(T_A || A_{ID} || ind || salt || u_1 || u_2)$$

Verify M_B and $z_A \stackrel{?}{=} 0$

$$\xrightarrow{A_{ID}}$$

$$(B_{ID}, ind, salt)$$

$$\xrightarrow{u_1}$$

$$\xleftarrow{u_2}$$

$$\xrightarrow{M_A}$$

$$\xleftarrow{M_B}$$

B : Q_{PW} if $u_1 \notin E$, finish

$$Q_B = u_1 + Q_{PW}$$

$$z_B = 0, \beta \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

if $\frac{m}{q} Q_B = 0_E$, then $Q_B = P$ and $z_B = 1$

$$src = (\frac{m}{q} \cdot \beta \pmod q) Q_B, K_B = H_{256}(src)$$

$$u_2 = \beta \cdot P + Q_{PW}$$

Verify M_A and $z_B \stackrel{?}{=} 0$

$$M_B = \text{HMAC}_{K_B}(T_B || B_{ID} || ind || salt || u_1 || u_2)$$

Протокол, предложенный в ноябре 2015 года в ТК26 в качестве альтернативы протоколу SESPAKE.

Public Information: P, q

A (Client): PIN

$$d_A \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

$$Q_A = d_A P$$

$$K_{SM} = H[H(H(PIN)) \cdot d_A \cdot Q_B]$$

$$A'_1 \| A'_2 = D_{K_{SM}}^{CFB,0}(T_1 \| T_2)$$

$$B_1, B_2 \in_R V_{n/2}$$

$$U = E_{K_{SM}}^{CFB,0}(A'_1 \| B_1 \| A'_2 \| B_2)$$

$$B''_1 \| B''_2 = D_{K_{SM}}^{CFB,0}(V)$$

$$Check(B_1 == B''_1) \text{ and } (B_2 == B''_2)$$

B (Server): PIN

$$d_B \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

$$Q_B = d_B P$$

$$K_{SM} = H[H(H(PIN)) \cdot d_B \cdot Q_A]$$

$$A_1, A_2 \in_R V_{n/2}$$

$$T_1 \| T_2 = E_{K_{SM}}^{CFB,0}(A_1 \| A_2)$$

$$A''_1 \| B'_1 \| A''_2 \| B'_2 = D_{K_{SM}}^{CFB,0}(U)$$

$$Check(A_1 == A''_1) \text{ and } (A_2 == A''_2)$$

$$V = E_{K_{SM}}^{CFB,0}(B'_1 \| B'_2)$$

$\xrightarrow{Q_A}$

$\xleftarrow{Q_B, T_1 \| T_2}$

\xrightarrow{U}

\xleftarrow{V}

Атака: Противник выступает в роли стороны B .

Угроза: Противник получает критерий для offline-перебора пароля.

Метод: B получает от A точку Q_A . Генерирует случайный d_B , случайные A_1, A_2 и посылает стороне A значения $d_B P, A_1 \| A_2$.

Противник B принимает от A строку $U_1 \| U_2 \| U_3 \| U_4$. При этом выполнено

$$U_3 = A_2 \oplus E_{K_{SM}}(0)|_R \oplus E_{K_{SM}}(U_1 \| U_2)|_L.$$

Здесь индексы L и R указывают на левый и правый полублоки (для ГОСТ 28147-89 полублок — 32 бита).

Для ключа выполнено

$$K_{SM} = H[H(H(PIN)) \cdot d_B \cdot Q_A],$$

где противнику неизвестен лишь PIN . Вероятность ложного срабатывания критерия равна 2^{-32} .

Демонстрация того, что протокол стоек по отношению к известным методам осуществления различных угроз не достаточно.

Единственной гарантией того, что протокол является стойким в данной модели противника является строгое обоснование = сведение задачи осуществления угрозы к задаче, считающейся труднорешаемой (например, к вычислительной задаче Диффи-Хеллмана (CDH)).

RFC Draft, «Requirements for PAKE schemes», paragraph 4.0.,
Requirement R2:

«A PAKE scheme SHOULD come with a security proof and clearly state its assumptions and models.»

- 1 SPAKE — Abdalla M., Pointcheval D. «Simple Password-Based Encrypted Key Exchange Protocols», 2005;
- 2 AugPAKE — Shin S., Kobara K., Imai H. «Security Proof of AugPAKE», 2010;
- 3 PACE — Bender J., Fischlin M., Kugler D. «Security Analysis of the PACE Key-Agreement Protocol», 2009;
- 4 SESPAGE — Алексеев Е.К., Ахметзянова Л.Р., Ошкин И.Б., Смышляев С.В., 2015 (готовится к публикации);
- 5 and so on ...

Спасибо за внимание! Вопросы?

Public Information: $\mathcal{G} = \{G, g, p, q\}$

A (Client): pw

$$x \in_R \mathbb{Z}_q, T_x = E_{pw}(g^x)$$

$$Y = E_{pw}^{-1}(T_y)$$

$$K_A = \mathcal{H}(Y^x)$$

B (Server): pw

$$X = E_{pw}^{-1}(T_x)$$

$$y \in_R \mathbb{Z}_q, E_{pw}(g^y)$$

$$K_B = \mathcal{H}(X^y)$$

Public Information: EC parameters $\mathcal{G} = \{a, b, p, q, G\}$	
<p>A (Client): password π $K_\pi = \mathcal{H}(\pi \parallel 0)$ $s \in_R \mathbb{Z}_q$ $z = E_{K_\pi}(s)$</p>	<p>B (Server): password π $K_\pi = \mathcal{H}(\pi \parallel 0)$ \mathcal{G}, z abort if \mathcal{G} incorrect $s = E_{K_\pi}^{-1}(z)$</p>
<p>$x_A \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $X_A = x_A \cdot G$</p>	<p>$x_B \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $X_B = x_B \cdot G$</p>
<p>$\widehat{G} = s \cdot G + x_A \cdot X_B$</p>	<p>$\widehat{G} = s \cdot G + x_B \cdot X_A$</p>
<p>$y_A \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $Y_A = y_A \cdot \widehat{G}$</p>	<p>$y_B \in_R \mathbb{Z}_q^*$, $Y_B = y_B \cdot \widehat{G}$</p>
<p>abort if $Y_B \notin \langle G \rangle \setminus \{0\}$ $K = y_A \cdot Y_B$ $K_{enc} = \mathcal{H}(K \parallel 1)$, $K_{mac} = \mathcal{H}(K \parallel 2)$</p>	<p>abort if $Y_A \notin \langle G \rangle \setminus \{0\}$ $K = y_B \cdot Y_A$ $K_{enc} = \mathcal{H}(K \parallel 1)$, $K_{mac} = \mathcal{H}(K \parallel 2)$</p>
<p>$T_A = MAC_{K_{mac}}(Y_B, \widehat{G}, \mathcal{G})$</p>	<p>$T_B = MAC_{K_{mac}}(Y_A, \widehat{G}, \mathcal{G})$</p>
<p>abort if T_B invalid</p>	<p>abort if T_A invalid</p>

Public Information: G, g, p, M, N

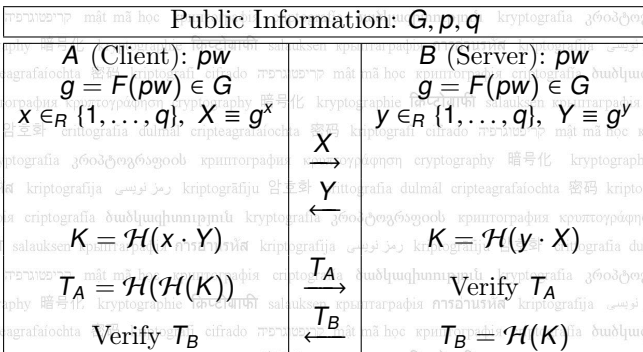
$$\begin{aligned}
 A \text{ (Client): } & pw \in \mathbb{Z}_p \\
 & X \in_R \mathbb{Z}_p, X = g^x \\
 & X^* = X \cdot M^{pw}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B \text{ (Server): } & pw \in \mathbb{Z}_p \\
 & Y \in_R \mathbb{Z}_p, Y = g^y \\
 & Y^* = Y \cdot N^{pw}
 \end{aligned}$$

 X^*
 \rightarrow
 Y^*
 \leftarrow

$$\begin{aligned}
 K_A &= (Y^*/N^{pw})^X \\
 SK_A &= \mathcal{H}(A, B, X^*, Y^*, pw, K_A)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_B &= (X^*/M^{pw})^Y \\
 SK_B &= \mathcal{H}(A, B, X^*, Y^*, pw, K_B)
 \end{aligned}$$



Public Information: Q, q	
A (Client): $P \in Q$ $r_A, m_A \in_R \{1, \dots, q\}$ $s_A = r_A + m_A$ $E_A = P^{-m_A}$	B (Server): $P \in Q$ $r_B, m_B \in_R \{1, \dots, q\}$ $s_B = r_B + m_B$ $E_B = P^{-m_B}$
E_A, s_A $\xrightarrow{\quad}$	
	E_B, s_B $\xleftarrow{\quad}$
$ss = (P^{s_B} E_B)^{r_A} = P^{r_A r_B}$	
$T_A = \mathcal{H}(ss E_A s_A E_B s_B)$ $\xrightarrow{T_A}$	Verify T_A $ss = (P^{s_A} E_A)^{r_B} = P^{r_A r_B}$
Verify T_B $\xleftarrow{T_B}$	$T_B = \mathcal{H}(ss E_B s_B E_A s_A)$
$K = \mathcal{H}(ss E_A \cdot E_B (s_A + s_B) \bmod q)$	

Public Information: G, g, p, q

<p>A (Client): π</p> <p>$x \in_R \mathbb{Z}_q, G_1 \equiv g^x$</p> <p>$w = (x + \pi)^{-1} x \pmod q$</p> <p>$\alpha = (G_2)^w$</p> <p>$K_A = \mathcal{H}_1(\alpha)$</p> <p>$T_A = \mathcal{H}_2(G_1, K_A)$</p> <p>Verify T_B</p>	<p>$\xrightarrow{id, G_1}$</p> <p>$\xleftarrow{G_2}$</p> <p>$\xrightarrow{T_A}$</p> <p>$\xleftarrow{T_B}$</p>	<p>B (Server): g^π or π</p> <p>$y \in_R \mathbb{Z}_q$</p> <p>$G_2 = (G_1 g^\pi)^y$</p> <p>$\beta = (G_1)^y$</p> <p>$K_B = \mathcal{H}_1(\beta)$</p> <p>Verify T_A</p> <p>$T_B = \mathcal{H}_3(G_2, K_B)$</p>
--	---	---

Public Information: G, g, p, q

$$A \text{ (Client): } pw \in \mathbb{Z}_q$$

$$x \in_R \mathbb{Z}_q^*, X \equiv g^x$$

$$B \text{ (Server): } W \equiv g^{pw}$$

$$y \in_R \mathbb{Z}_q^*, K \equiv g^y$$

$$\xrightarrow{C, X}$$

$$\xleftarrow{S, Y}$$

$$r = \mathcal{H}(C, S, X), Y \equiv (X \cdot W^r)^y$$

$$r = \mathcal{H}(A, B, X), K' \equiv Y^{1/(x+pw \cdot r)}$$

$$T_A = \mathcal{H}_1(A \| B \| X \| Y \| K')$$

$$\text{if } T_B \neq \mathcal{H}_2(A \| B \| X \| Y \| K') \text{ reject}$$

$$SK = \mathcal{H}_3(A \| B \| X \| Y \| K')$$

$$\xrightarrow{T_A}$$

$$\xleftarrow{T_B}$$

$$\text{if } T_A \neq \mathcal{H}_1(A \| B \| X \| Y \| K) \text{ reject}$$

$$T_B = \mathcal{H}_2(A \| B \| X \| Y \| K)$$

$$SK = \mathcal{H}_3(A \| B \| X \| Y \| K)$$

Public Information: EC parameters $\mathcal{G} = \{a, b, p, q, G, k\}$

A : PW

$$Q_{PW}^A = F(PW, salt, 2000) \cdot Q_{ind}$$

$$z_A = 0, \alpha \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

$$u_1 \equiv \alpha \cdot P - Q_{PW}^A$$

if $u_2 \notin E$, finish

$$Q_A = u_2 - Q_{PW}^A$$

if $\frac{m}{q} Q_A = 0_E$, then $Q_A = P$ and $z_A = 1$

$$src = (\frac{m}{q} \cdot \alpha \pmod q) Q_A, K_A = H_{256}(src)$$

$$M_A = \text{HMAC}_{K_A}(T_A || A_{ID} || ind || salt || u_1 || u_2)$$

Verify M_B and $z_A \stackrel{?}{=} 0$

$$\xrightarrow{A_{ID}}$$

$$(B_{ID}, ind, salt)$$

$$\xrightarrow{u_1}$$

$$\xleftarrow{u_2}$$

$$\xrightarrow{M_A}$$

$$\xleftarrow{M_B}$$

B : Q_{PW}

if $u_1 \notin E$, finish

$$Q_B = u_1 + Q_{PW}$$

$$z_B = 0, \beta \in_R \{1, \dots, q-1\}$$

if $\frac{m}{q} Q_B = 0_E$, then $Q_B = P$ and $z_B = 1$

$$src = (\frac{m}{q} \cdot \beta \pmod q) Q_B, K_B = H_{256}(src)$$

$$u_2 = \beta \cdot P + Q_{PW}$$

Verify M_A and $z_B \stackrel{?}{=} 0$

$$M_B = \text{HMAC}_{K_B}(T_B || B_{ID} || ind || salt || u_1 || u_2)$$